과제 제안서 샘플

헬름홀츠 분해법을 이용한 다차원 충격파의 구조적·역학적 안정성 연구
(Helmholtz decomposition and its application to multidimensional transonic shocks)

연구의 필요성

- **'충격파(shock)'의 정의**: 유체의 상태는 밀도, 속도, 압력, 온도 등으로 결정되며, 이 물리량은 질량, 운동량, 에너지의 보존법칙에 의해 결정된다. 점성이 없는 압축성 유체(예: 공기)의 운동은 '*오일러 방정식 시스템*'에 의해 결정되고, 유체의 초기조건, 경계조건, 유체 운동이 일어나는 공간 영역의 기하학적 성질에 따라, 유체변수가 어떤 경계면에서 불연속적으로 변할 수 있다. 특히, <u>유체의 압력이 불연속적으로 변할 때</u>, 그 경계면을 '**충격파**(shock)'라고 한다.

- **필요성 및 기대효과**: 항공기 동체 주변 유체의 흐름이 초음속이 될 때, 또는 풍동(wind tunnel)에서 초음속 유체가 유입될 때, 충격파가 발생한다. 충격파 발생 시, (1) 시간에 따라 충격파가 어떻게 변하는지(**역학적 안정성**), (2) 경계조건이나 공간영역의 섭동(perturbation)에 의해, 충격파가 어떻게 변하는지(**구조적 안정성**)에 대한 이론 정립은 항공역학과 유체역학 기술 개발에 필요하다. 뿐만 아니라, 충격파의 수학적 연구는 비선형 편미분 방정식과 자유 경계 문제(free boundary problem)이론의 발전에 기여한다.

- **기존 연구 방식**:
  – 3D steady Euler system(**시간변수 제외**): 공간 차원이 3차원인 경우, 오일러 시스템은 총 5개의 비선형 방정식이 복잡한 형식으로 얽혀져 있어, 수학적 연구가 매우 어렵다. 이 어려움을 피하기 위해, 대부분의 경우 유체의 회전성(vorticity)이 0이라 가정하고, 'Potential flow model'을 이용하여 3차원 충격파를 수학적으로 연구 한다.
  – 2D Unsteady Euler system(**시간변수 포함**): 공간차원이 2차원인 경우, 오일러 시스템의 충격파의 시간에 대한 대역적 존재성(global-in-time existence)은 오직 Potential flow model에 대해서만 부분적으로 알려져 있고, 회전성이 0이 아닌 유체의 경우에 대해서는 알려진 결과가 전혀 없다.

연구내용

3차원 공간에 있는 영역 Ω위에서 정의된 부드러운 벡터장 함수 $U=(U_1, U_2, U_3)$가 있다고 하자.

헬름홀츠 분해법(Helmholtz decomposition): Ω가 open, bounded, connected일 때, 벡터장 함수 U를 $U=\nabla\varphi+\nabla\times W$ 으로 표현할 수 있다.

- **기존 연구방법의 한계**: Potential flow model은 다차원(공간차원 2차원이상) 충격파 문제를 수학적으로 해결하는데 유용하지만, 충격파의 중요한 물리적 성질을 기술하는 데에는 한계가 있다. 왜냐하면, 충격파 발생 시, 유체의 회전성이 초기에 0이었다 하더라도, 충격파에서 엔트로피가 급격하게 증가하면서 회전성이 0이 아닌 경우로 변하기 때문이다.

- **연구의 목표**: 2차원 충격파의 역학적 안정성과 3차원 충격파의 구조적 안정성을 규명한다.

본 연구제안서의 저작권 등 일체의 지적재산권은 연구 제안자에게 있으며 관련 법령에 따라 보호의 대상이 되는 영업비밀, 산업기술 등을 포함하고 있을 수 있습니다. 본 문서에 포함된 정보의 전부 또는 일부를 무단으로 제3자에게 공개, 배포, 복사 또는 사용하는 것은 엄격히 금지됩니다.

–2차원 충격파의 역학적 안정성 문제
(Global–in–time existence of 2D unsteady transonic shocks)
2차원 평면에서 초음속 유체가 쐐기모양의 장애물에 부딪혔을 때 충격파가 발생한다. 독일 공학자 Ludwig Prandtl은 ‘Shock polar analysis’와 엔트로피 조건을 이용하여 두 가지 경우를 제시하였고, 그 경우를 충격파의 세기에 따라 ‘강한 충격파’와 ‘약한 충격파’로 분류했다. 이 중, ‘약한 충격파가 역학적으로 안정하다’고 추측하는 것이 ‘프란틀 추측’이다.

헬름홀츠 분해법을 이용하여, Unsteady Euler system을 Potential flow model과 유사한 형태의 ‘pseudo–potential flow’의 방정식 시스템과 ‘회전도 방정식(vorticity)’으로 분해하고, Potential flow model의 연구에서 사용된 기술적 방법을 결합 및 확장할 것이다. 이를 통해 회전성이 0이 아닌 약한 충격파의 역학적 안정성과 강한 충격파의 역학적 불안정성을 규명할 것이다.

–자기성이 없는 플라즈마(Plasma)의 3차원 천음속 충격파의 구조적 안정성
(Existence of 3D steady transonic shock solution for unmagnetized plasma)
오일러–포아송 시스템(Euler–Poisson system)은 자기성이 없는 플라즈마(Unmagnetized plasma)의 움직임을 기술한다. 오일러 시스템과는 다르게, 오일러–포아송 시스템은 ‘전위 함수(electric potential function)’의 포아송 방정식(Poisson′s equation)을 포함한다. 이로 인해, 전위 함수는 전자의 밀도, 속도, 압력의 유체변수와 비선형적으로 얽혀 있어 복잡성을 야기 시키므로, 플라즈마에서 발생하는 충격파의 수학적 연구결과는 공간차원이 1차원인 경우에 대해서만 알려져 있다.

3차원의 단면적이 일정한 노즐을 고정하자. 노즐의 입구에 초음속 유체의 경계조건을 주고, 출구에 아음속의 압력을 고정하자. 이 때 발생하는 플라즈마의 천음속 충격파의 존재성과 구조적 안정성을 증명할 것이다. 이를 위해, 헬름홀츠 분해법을 이용할 것이다.

- **연구의 독창성 및 차별성:** 헬름홀츠 분해법은 압축성 나비어–스톡스 방정식(compressible Navier–Stokes equations)의 연구에 사용된다. 그래서 오일러 시스템 또는 오일러–포아송 시스템의 충격파 연구에 헬름홀츠 분해법 적용 가능성을 타진하기 위해 연구를 시작했다. 이와 더불어, 오일러–포아송 시스템의 경우 2차원 이상 충격파 해의 연구에서 오일러 시스템 연구에서 사용되는 기존의 방법(예: stream function formulation, potential flow model)이 적용될 수 없음을 발견했다. 왜냐하면, 전위 함수(electric potential function)의 포아송 방정식으로 인해 초음속 부분과 아음속 부분이 충격파를 사이에 두고 상호 영향을 주기 때문이다.

  충격파 연구에 헬름홀츠 분해법을 적용한다는 새로운 발상으로, 다차원 충격파의 안정성에 대한 이론 수립에 기여하겠다.

연구인력	연구기간	총 연구비
총 ώ명 (교수 ώ명/연구원 ώ명)	'00년 00월 ~ '00년 00월(00개월)	OOO 백만원

본 연구제안서의 저작권 등 일체의 지적재산권은 연구 제안자에게 있으며 관련 법령에 따라 보호의 대상이 되는 영업비밀, 산업기술 등을 포함하고 있을 수 있습니다. 본 문서에 포함된 정보의 전부 또는 일부를 무단으로 제3자에게 공개, 배포, 복사 또는 사용하는 것은 엄격히 금지됩니다.